

Exame final nacional de Matemática B (2026, 2.ª fase)

Proposta de resolução



1. Inserindo na calculadora gráfica a primeira lista com os dados relativos à quilometragem e na segunda lista os dados relativos ao preço de venda, e determinando os parâmetros da equação da reta de regressão, obtemos que os valores de a e b , arredondados às milésimas: $a \approx -0,018$ e $b \approx 14,709$.

Desta forma a equação da reta de regressão é $y = -0,018x + 14,709$, e como a circulação de 100 milhares de quilómetros corresponde a um valor de $x = 100$, a estimativa correspondente do preço de venda de um automóvel com esta quilometragem, arredondado às décimas, é:

$$y = -0,018 \times 100 + 14,709 \approx 12,9 \text{ milhares de euros}$$

2. De acordo com o enunciado sabemos que em cada ano, o João recebe $2000 \times 0,012 = 24$ euros de juros.

Como se pretende determinar quantos anos devem decorrer para que o capital aumente de 2000 € para 2500 €, ou seja, tenha um rendimento de 500 € em juros, e $\frac{500}{24} \approx 20,8$ o número mínimo de anos que deve passar é 21.

Resposta: **Opção D**

3.

3.1.

- 3.1.1. De acordo com o histograma das frequências absolutas acumuladas, o número de nadadoras que concluíram a prova em menos de 50 minutos, ou seja, a frequência absoluta acumulada da classe $[45,50[$ é 54 .

Como sabemos que participaram na prova 85 nadadoras no total, a percentagem correspondente, p , arredondado às unidades, é dada por:

$$\frac{p}{100} = \frac{54}{85} \Leftrightarrow p = \frac{54 \times 100}{85} \Rightarrow p \approx 64\%$$

Resposta: **Opção C**

3.1.2. Organizando os dados do histograma numa tabela, podemos calcular a frequência absoluta simples de cada classe e definir uma marca de classe para cada classe:

Classes	Marca de classe	Frequência absoluta acumulada	Frequência absoluta simples
[30,35[	$\frac{30+35}{2} = 32,5$	17	17
[35,40[	$\frac{35+40}{2} = 37,5$	29	$29 - 17 = 12$
[40,45[	$\frac{40+45}{2} = 42,5$	37	$37 - 29 = 8$
[45,50[	$\frac{45+50}{2} = 47,5$	54	$54 - 37 = 17$
[50,55[	$\frac{50+55}{2} = 52,5$	68	$68 - 54 = 14$
[55,60[	$\frac{55+60}{2} = 57,5$	79	$79 - 68 = 11$
[60,65[	$\frac{60+65}{2} = 62,5$	83	$83 - 79 = 4$
[65,70[	$\frac{65+70}{2} = 67,5$	84	$84 - 83 = 1$
[70,75[	$\frac{70+75}{2} = 72,5$	85	$85 - 84 = 1$

Introduzindo os valores da marca de classe numa lista da calculadora gráfica e as frequências absolutas simples na lista das frequências, obtemos a média dos tempos que as nadadoras demoraram a concluir a prova, arredondado às unidades:

$$\bar{x} \approx 46 \text{ min}$$

3.2. Pela observação do esquema podemos verificar que a distância d entre a nadadora e o espectador:

- diminuiu até ao momento em que a nadadora esteve mais próxima do espectador, correspondendo a uma variação instantânea negativa neste período de tempo;
- aumentou desde o momento em que a nadadora esteve mais próxima do espectador, correspondendo a uma variação instantânea positiva.

t			
d		min	
I	–	0	+

- Assim, podemos verificar que a função representada no gráfico A não tem imagens negativas pelo que não pode representar o período de tempo em que a variação instantânea foi negativa pelo que o gráfico A não pode representar a função I .
- Também é possível observar que a partir do momento em que a distância entre a nadadora e o espectador atinge o valor mínimo, esta distância aumenta sempre, pelo que a partir do momento a variação instantânea atinge o valor zero, a variação instantânea é sempre positiva, pelo que o gráfico B também não pode representar a função I .

3.3. Como o André demorou 2,5 minutos para subir da profundidade de 24,5 metros, até à profundidade de 3 metros, subiu $24,5 - 3 = 21,5$ metros em 2,5 minutos, o que corresponde a uma subida com uma velocidade média de $\frac{21,5}{2,5} = 8,6$ metros por minuto.

Como a taxa média de variação da profundidade na subida da Beatriz até efetuar a paragem de segurança foi de $-9,6$ metros por minuto, isto é, uma subida de 9,6 metros por minuto, podemos concluir que a Beatriz subiu a uma velocidade média superior, pelo que foi a primeira a fazer a paragem de segurança.



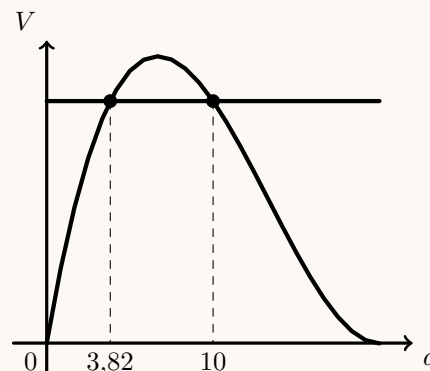
4.

4.1. O volume da caixa quando a altura é igual a 12 cm ($a = 12$), em centímetros cúbicos, é:

$$V(12) = 4 \times 12^3 - 160 \times 12^2 + 1600 \times 12 = 3072 \text{ cm}^3$$

4.2. Como a aresta $[AB]$ na caixa resulta de retirar dois quadrados de lado a da folha de cartão quadrada com 40 cm de lado, temos que $\overline{AB} = 40 - 2a$.

Representando na calculadora gráfica o gráfico da função $V(a)$ para $0 < a < 20$, a função constante $f(x) = 4000$ e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, podemos identificar os valores do comprimento da altura a que correspondem a um volume da caixa igual a 4000 cm^3 , como o gráfico reproduzido na figura ao lado.



Assim, temos que $\overline{AB} \approx 40 - 2 \times 3,82 \approx 32,36$ cm, se $a \approx 3,82$ cm; ou então $\overline{AB} \approx 40 - 2 \times 10 = 20$ cm, se $a = 10$ cm. Desta forma concluímos que, de entre os valores apresentados, 20 é o único que corresponde a um volume exato de 4000 cm^3 .

Resposta: **Opção C**

4.3. Temos que:

- como a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy e a reta FG é definida por $y = 15 \wedge z = 5$, o plano que contém a face $[EFGH]$ é definido pela equação $z = 5$, pelo que $Z_E = 5$;
- como a face $[ABCD]$ tem centro na origem do referencial e a reta AB é paralela ao eixo Oy , então as ordenadas dos pontos E e F são simétricas, ou seja $y_E = -15$;
- a face $[ABCD]$ é um quadrado e tem centro na origem do referencial o pontos B tem abcissa e ordenada iguais a 15, então o plano EAB (perpendicular ao eixo Ox) é definido pela equação $x = 15$, pelo que $X_E = 15$.

Desta forma temos que as coordenadas do ponto E são $(15, -15, 5)$.

Resposta: **Opção A**

5. Caso se aplicasse o método de Sainte-Laguë, seriam apenas considerados quocientes dos votos pelos números ímpares. Assim, considerando apenas as colunas relativas aos quocientes por números ímpares e identificando os três maiores verificamos que a atribuição dos mandatos seria diferente, pois seria atribuído apenas 1 mandato ao partido A, o partido B iria manter a atribuição de 1 mandato e ao partido C seria atribuído também 1 mandato.

Partidos	Votos	Quocientes do número de votantes por					Número de mandatos
		1	2	3	4	5	
Partido A	30 611	30 611	15 306	10 204	7 653	6 122	2 1
Partido B	17 796	17 796	8 898	5 932	4 449	3 559	1
Partido C	14 288	14 288	7 144	4 763	3 572	2 858	0 1
Partido D	1 527	1 527	764	509	382	305	0



6.

- 6.1. Como 60% dos convidados são adultos, então $100 - 60 = 40\%$ dos convidados são crianças, a que correspondem 24.

Assim, o número de convidados presentes no jantar. c , é dado por:

$$\frac{c}{24} = \frac{100}{40} \Leftrightarrow c = \frac{100 \times 24}{40} \Leftrightarrow c = 60$$

- 6.2. De acordo com as indicações do enunciado temos que:

- $P(A) = 0,6$;
- $P(\overline{B}) = \frac{11}{20} = 0,55$;
- $P(B|A) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Assim podemos concluir que:

- $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$;
- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = 0,6 \times 0,5 = 0,3$

Desta forma, a probabilidade de o convidado sorteado ser adulto, sabendo que pediu peixe para prato principal, na forma de fração irredutível, é:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,45} = \frac{2}{3}$$

7.

- 7.1. Pela observação da figura podemos verificar que as dimensões do retângulo são:

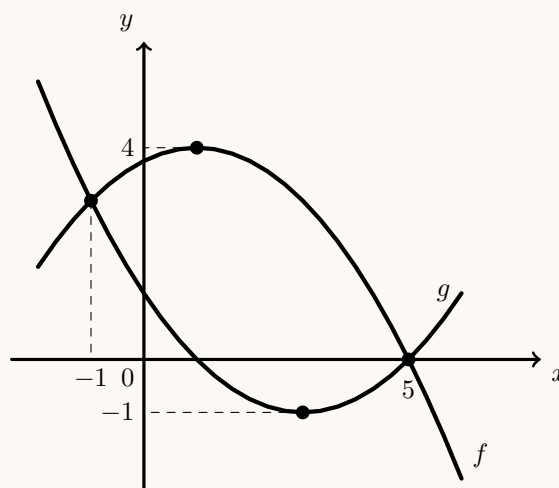
- $x_A - x_D$, a diferença das abcissas dos pontos A e D , que coincidem com as abcissas dos pontos de interseção das duas parábolas;
- $y_B - y_A$, a diferença das ordenadas dos pontos B e A , que coincidem com o máximo da função f e o mínimo da função g , respetivamente.

Assim, representando na calculadora gráfica os gráficos das funções f e g , e usando as funções da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos e os valores máximos e mínimos de funções, temos que:

- $x_A = 5$ (abscissa do ponto de interseção);
- $x_D = -1$ (abscissa do ponto de interseção);
- $y_B = 4$ (máximo de f);
- $y_A = -1$ (mínimo de g).

Desta forma, a área do retângulo $[ABCD]$ é:

$$\begin{aligned} A_{[ABCD]} &= (x_A - x_D) \times (y_B - y_A) = \\ &= (5 - (-1)) \times (4 - (-1)) = 6 \times 5 = 30 \end{aligned}$$

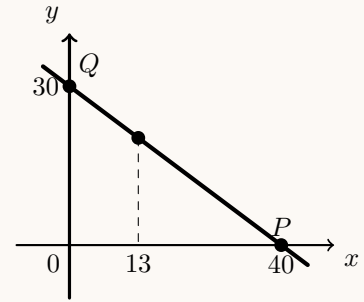


- 7.2. Temos que a ordenada na origem da reta PQ é 30, pelo que a equação é da forma:

$$y = mx + 30$$

Substituindo as coordenadas do ponto P na equação anterior, podemos determinar o valor do declive da reta, m :

$$0 = m \times 40 + 30 \Leftrightarrow -30 = 40m \Leftrightarrow \frac{-30}{40} = m \Leftrightarrow -\frac{3}{4} = m$$



Desta forma, vem que a equação reduzida da reta PQ , é:

$$y = -\frac{3}{4}x + 30$$

E assim a ordenada do ponto correspondente à posição da terceira árvore, cuja abcissa é 13, é:

$$y = -\frac{3}{4} \times 13 + 30 = \frac{81}{4}$$

